Elementare Volumenberechnung als Beispiel für „formale Anwendungsorientierung“

(Gießen, den 25. Okt. 2000)

Gliederung:

1. Elementare Volumenberechnung
   Obergrenze 10. Klasse: Pyramiden- oder Kegelstümpfe, Fässer
   Stümpfe: Papyrus Moskau
   Fässer: „Kepler“
   nichtelementare Hilfsmittel: Grenzwerte (Euler-Affinitäten; Satz von Cavalieri; Faßregel)
   Satz von Dehn
   offenes stoffdidaktisches Problem: heuristischer Zugang zur Faßregel? (Ute Weidner)

2. „formale“ Anwendungsorientierung
   Erläuterung des Begriffsfeldes
   weitere Beispiele
   curriculare Begründung

„formale“ Anwendungsorientierung

(Einordnung: bildungstheoretische Stoffdidaktik)

- „formal“ im Gegensatz zu „material“; bewußt tendenzielle, unscharfe, „fuzzy“ Begriffsfelder, die auf die didaktische Diskussion des 19. Jh. anspielen:

  „formal“ von lt. „forma“: (Wohl-)Gestalt, Äußeres, Gepräge, Charakter

  „material“: gegenstandsbezogen

- „formale Anwendungsorientierung“:

  Große Teile des Mathematikunterrichts sollen in einer Weise gelehrt werden, die (gewissen, nicht allen) charakteristischen Haltungen angewandter Mathematiker entspricht.

- Dies soll auch für Gegenstände aus der „Reinen“ Mathematik gelten,
- ist daher formaldidaktisch gemeint (mehr auf Einstellungen als auf „Stoffe“ bezogen)
- und wendet sich auch gegen herkömmliche Formen materialdidaktischer Anwendungsorientierung im real-existierenden Mathematikunterricht.

Fragen:

- Was ist mit „charakteristischen Haltungen angewandter Mathematiker gemeint“?
- Aus welchen didaktischen Gründen sollen diese Haltungen bevorzugt werden?

1. Was ist mit „charakteristischen Haltungen angewandter Mathematiker gemeint"?

Zitat Courant

Hinweis auf Blechman, Myskis, Panovko: Angew. Math. – Gegenstand, Logik, Besonderheiten. Berlin: VEB DVW 1984.

Über den „reinen" Zielen der Mathematik, gültige Wahrheiten, absolute Erkenntnisse und strukturelle Metaphern zu gewinnen, ...

... stehen im außermathematischen und im sozialen Kontext

Maßstäbe,

menschliche und nicht ewige Maßstäbe,

Maßstäbe realer Gültigkeit, Angemessenheit, Relevanz, Effizienz und Robustheit (Stabilität) des theoretischen Wissens.

Der Mathematikunterricht sollte sich bemühen, diese Maßstäbe

nicht als äußerlich auf die Mathematik angewandte,

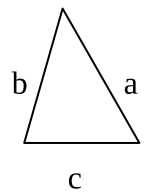
sondern als dem Mathematiktreiben auf allen Niveaus – wenigstens ein Stück weit – immanente deutlich zu machen.

Weitere Beispiele (nur angedeutet):

$123:45 = 3$ *falsch!*

$\frac{3}{5}+\frac{2}{7}=\frac{5}{12}$ *falsch!*

$(a+b)^2 = a^2 + b^2$ *falsch!*



$a^2 + b^2 = c^2$

falsch!

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha + \sin\beta$

falsch!

$1{,}05^7 = 1{,}35$ *falsch!*

usw.

Enteignet das Gleichheitszeichen!

Robuste Methoden:

1 2 3 : 4 5 = ?
– 4 5 1mal „drin“
7 8
– 4 5 noch 1mal „drin“
3 3 ist mehr als die
Hälfte von 45...

Ergebnis: 1 2 3 : 45 ≈ 3

(doppelt) falsche Änsatze (Ausnutzung von Proportionalität, gewichtete Mittel beim Eingabeln)
Fehlerbetrachtungen (wenigstens bei den Grundrechenarten)
iterative Experimentallösungen für nichtlineare Gleichungen und lineare Gleichungssysteme

$$x^2 - 6x + 9 \overset{!}{=} 0$$

Geraten oder bin. Formel: $x_0 := 3$ ist Lösung...

$$x^2 - 6x + 8{,}8 \overset{!}{=} 0$$

Idee: (eine) Lösung x_1 dürfte in der Nähe von x_0 liegen...

$$x_1 := x_0 + d$$

Probe: $$(x_0 + d)^2 - 6 \cdot (x_0 + d) + 8{,}8 \overset{!}{=} 0$$

$$\underline{x_0^{\,2}} + \underline{\underline{2x_0 d}} + d^2 - \underline{6x_0} - \underline{\underline{6d}} + 8{,}8 \overset{!}{=} 0$$

$$\underline{+\,9} - 0{,}2$$

$$\underline{\underline{d^2 = 0{,}2}}$$

Verallgemeinerung führt auf $d^3 \approx 0$-Iterationen für kubische und höhere Gleichungen (Euler)

Linearisierung mit Fehlerdiskussion

Ausgleichskurven als „graphische Mittelwerte“

Theorie aus Robustheitsuntersuchungen an Beispielen:

Vektorgeometrie aus Problemen der Computergrafik

Warum ist die Verteilung der Augensummen bei zwei Würfeln dreieckig,
ab drei Würfeln glockig (Faltungsargument)

σ-Regeln für Binomialverteilungen

subjektivistischer Zugang zur Wahrsch’rechnung (Riemer: Bayes intuitiv)

Mittelwert- und Streuungsabakus

Engels Wahrscheinlichkeitsabakus

1/e-Gesetz (Strick in Beiträgen 2000)

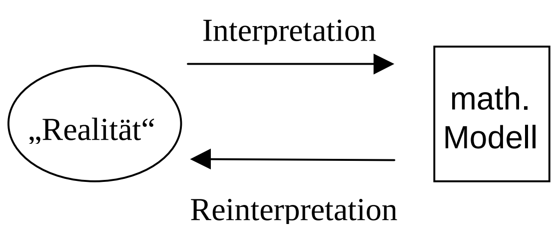
2. Aus welchen didaktischen Gründen sollen derartige Haltungen bevorzugt werden?

- Mathematikunterricht an öffentlichen, allgemeinbildenden Schulen hat – wie jeder andere Unterricht dort – neben der Förderung individueller Befähigungen auch eine soziale Funktion, die im wesentlichen die öffentliche Finanzierung aus Steuergeldern rechtfertigt:

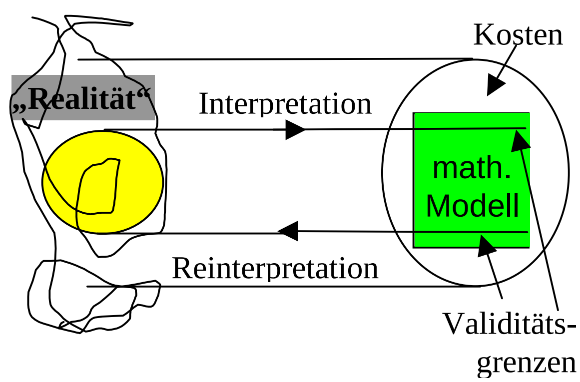
  die Sozialisation und Emanzipation aller Schüler zu „mündigen", d.h. urteilsfähigen, verantwortungs- und solidaritätsbereiten Bürgern eines demokratischen Staatswesens.

  Ein Mathematikunterricht, der – und sei es nur in den schriftlichen Prüfungen – dichotomische falsch-richtig/wahr-Urteile über selbstverantwortetes Sicheinlassen auf die Sachlogik eines einsichtig relevanten, in „der" „Wirklichkeit" gegebenen Bedingungsfeldes stellt, konterkariert die öffentliche Legitimation allgemeinbildender Schulen. Die Schüler sollten auch im Mathematikunterricht nicht vergessen, daß Qualität immer Maßstäbe voraussetzt und daß diese Maßstäbe stets „irgendwie" kontextuiert sind – am besten transparent!

- Es ist einfach nicht wahr, daß irgendwo Mathematik außerhalb von sozialen Systemen betrieben und überliefert werden kann – selbst unter formalistischen Bourbakisten oder Radikalplatonikern im scholastischsten Elfenbeinturm wird „Qualität" nicht nur gemessen, sondern am Ende eines Berufungsverfahrens mit informellen Maßstäben beurteilt und entschieden. Das übliche Bild von mathematischen Anwendungen

  ist irreführend. In der Regel ist es eben nicht so, daß ein ernsthaftes reales Problem algorithmisch oder strukturell auf„gelöst" werden kann. Ehrlicher wäre es, wenigstens künftigen Hochschulabgängern gegenüber ein etwas komplizierteres Bild der folgenden Art ans Herz zu legen

Dabei sollten die „Kosten“ grundsätzlich nicht eindimensional-quantitativ, etwa ökonometrisch in Geldeinheiten „gemessen“ werden, sondern mehrdimensional und teilweise qualitativ beschrieben.

- Törners Beliefs-Untersuchungen, Tietzes Befragungen von Sekundarlehrern, Brommes Analysen der Professionalität des Lehrers als Schulbetriebsexperte, der öffentliche Beifall zu Heymanns auf Alltagsnutzen reduziertem „Szenario“ und zu seinen NRW-Gesamtschulplänen, die traurigen Ergebnisse der TIMSS-Klausuren und von TIMSS-Video, zahlreiche Umfrageergebnisse, die Mathematik zugleich als beliebtetes und meistgehaßtes Unterrichtsfach ausweisen ...,

  all das gehört m.Es. zur Symptomatik einer im – heimlichen – Kern antidemokratischen, weil preußisch-bürokratischen Tendenz des real-existierenden Mathematikunterrichts:

  den Schüler einüben in subjektiv unverbindliche, aber objektiv unabdingbare Regularien!

- Es ist allzu gefährlich und darum falsch, Mathematiklehrer – sei es für „höhere“ oder „niedere“ Lehrämter unter der stillschweigenden, aber massiven Voraussetzung auszubilden, sie würden sich für Mathematik interessieren, und ihr Lehramtsstudium diene im wesentlichen dem Ziel, der breiten Öffentlichkeit verdünnte Mathematik zu erklären und beizubringen. (Das Erklären ist der trivialste Teil des Mathematikunterrichts!)

> „Die einseitige, konsequente Quantifizierung (der Gesellschaft) geht zu Lasten des qualitativen Wahrnehmens, Erkennens, Begründens...“
>
> C. Keitel, Hauptvortrag GDM 2000

Wer sollte diese Einsicht verbreiten

und ökonometrischer Volksverdummung entgegenwirken,

wenn nicht der Mathematikunterricht?